

## 旋转液体的实验新内容设计

陈红雨<sup>1</sup>, 乐培界<sup>2</sup>

(1. 浙江大学物理实验教学中心, 浙江 杭州 310027;

2. 杭州精科仪器有限公司, 杭州 311400)

**摘要:** 提出了一种根据旋转液体特性用光学方法测量液体粘滞系数的综合实验设计方案, 该实验已作为开放、设计性实验内容在教学中应用。

**关键词:** 旋转液体; 液体粘滞系数; 综合实验

### 1 引言

根据旋转液体的特性用光学方法测量重力加速度, 在相关的文献中均有过论述。这里笔者在前者的基础上进行了实验设计研究, 根据牛顿流体力学的原理, 分析旋转液体各流层之间的运动, 又研究出测量液体粘滞系数的实验方法。目前研制成功的旋转液体综合实验仪, 在设计原理上集合了流体力学、几何光学、物理光学等多方面知识, 实验内容包括用两种方法测量重力加速度, 验证由旋转液体表面形成的凹面镜, 符合光学成像系统的规律和测量液体粘滞系数。丰富的实验内容, 不仅可激发学生实验的兴趣, 而且组装式结构增加了实验动手过程, 和可设计性非常适合实验教学使用。

### 2 液体粘滞系数测量原理

在液体容器中, 沿中心放入张丝悬挂着的圆柱形物体, 圆柱高度为  $L$ , 半径为  $R_1$ , 外圆桶容器半径为  $R_2$ , 如图 1 所示。

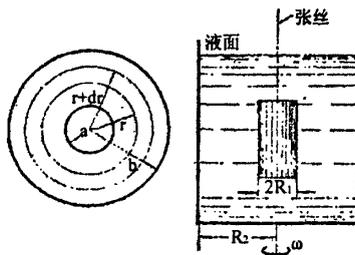


图 1 液体粘滞系数测量原理图

容器以恒定的角速度  $\omega_0$  旋转, 在转速较小的情况下, 流体会很规则地一层层地转动形成层流, 稳定时圆柱形物体静止角速度为零。

设外圆桶容器稳定旋转时, 圆柱形物体所承受的阻力矩为  $M$ , 则有:

$$M = \text{圆柱侧面所受液体的阻力矩 } M_1 + \text{圆柱底面所受液体摩擦力矩 } M_2 \quad (1)$$

上式中  $M_1$  和  $M_2$  的求取推导如下。

(1) 圆柱形物体侧面所受液体的阻力矩  $M_1$

设流体为牛顿流体, 流动类型为层流。则根据牛顿内摩擦定律, 半径为  $r$  处旋转层流之间的内摩擦力为:

作者简介: 陈红雨 (1960-) 女, 浙江杭州人, 浙江大学理学院高级工程师, 实验中心副主任, 主要从事物理实验教学与研究。

$$\begin{aligned} F &= -\eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dr} \\ &= -\eta \cdot 2\pi r L \cdot r \frac{d\omega}{dr} \\ &= -2\pi\eta L r^2 \frac{d\omega}{dr} \end{aligned}$$

其中  $S$  为半径为  $r$  处旋转层流的表面积,  $v$  为该处旋转层流的线速度,  $\omega$  为相应的角速度。

在半径为  $r$  处旋转层流所受的力矩为一常数, 设为  $M_r$ 。则有:

$$\begin{aligned} M_r &= rF \\ &= -2\pi\eta L r^3 \frac{d\omega}{dr} \end{aligned}$$

上式可变换为:

$$d\omega = -\frac{M_r}{2\pi\eta L} \cdot \frac{dr}{r^3}$$

将上式两边积分, 并考虑到相关的边界条件, 有:

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = -\frac{M_r}{2\pi\eta L} \int_{R_1}^r \frac{dr}{r^3}$$

上式的解是:

$$\omega_0 = \frac{M_r}{4\pi\eta L} \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{1}{R_1^2} \right]$$

或即:

$$M_r = 4\pi\eta L \omega_0 \frac{R_1^2 r^2}{R_1^2 - r^2} \quad (2)$$

由 (2) 式可求出圆柱形物体侧面所受的液体阻力矩  $M_1$ , 即

$$M_1 = M_r \Big|_{r=R_2} = 4\pi\eta L \omega_0 \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}$$

(2) 圆柱底面所受液体摩擦阻力矩  $M_2$

系统稳定旋转时, 外圆筒以恒定的角速度  $\omega_0$  旋转, 圆柱形物体静止, 其底面下的液体层角速度均匀变化, 既  $d\omega/dz = \omega_0/\Delta z$ ,  $\Delta z$  为圆柱底面到外圆筒底面的距离。

底面半径  $r$  处液体的速度梯度为  $r \frac{d\omega}{dz} = r \frac{\omega_0}{\Delta z}$ ，对面积为  $dS = 2\pi r dr$  的面积圆积分，可

得圆柱底面所受的内摩擦力矩  $M_2$  为：

$$M_2 = \int_0^{R_2} r \eta dS \cdot r \frac{\omega_0}{\Delta z} = \int_0^{R_2} 2\pi \eta r^3 \frac{\omega_0}{\Delta z} dr$$

因此有：

$$M_2 = \frac{\pi \eta R_2^4 \omega_0}{2\Delta z} \quad (3)$$

根据式 (1) - (3)，可得圆柱形物体所承受的液体阻力矩  $M$  为：

$$M = M_1 + M_2 = 4\pi \eta L \omega_0 \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2} + \frac{\pi \eta R_2^4 \omega_0}{2\Delta z} \quad (4)$$

为了测量液体阻力矩  $M$ ，设悬挂圆柱形物体的张丝切变模量为  $G$ ，张丝半径为  $R$ ，

张丝长度为  $L'$ 。则扭转力矩为：

$$M' = \frac{\pi G R^4}{2L'} \theta \quad (5)$$

该式表示力矩  $M'$  与扭转角度  $\theta$  成正比。

在液体旋转系统稳定时，液体产生的阻力矩与悬挂张丝所产生的扭转力矩平衡，使得圆柱形物体达到静止。

所以  $M = M'$

从 (4)、(5) 式可以解出液体粘度系数作为外圆桶旋转角速度  $\omega_0$  和内圆柱扭转角度  $\theta$  的函数：

$$\eta(\omega_0, \theta) = \frac{GR^4}{2L'\omega_0} \theta \left[ \frac{2\Delta z(R_1^2 - R_2^2)}{8L\Delta z R_1^2 R_2^2 + (R_1^2 - R_2^2)R_2^4} \right] \quad (6)$$

其中： $G$ 、金属张丝的切变模量， $R$ 、张丝半径， $L'$ 、张丝长度， $\theta$ 、系统平衡后张丝扭转角度，通过测量圆柱体偏转的角度得到， $\omega_0$ 、圆桶转速， $\Delta z$ 、圆柱底面到外圆桶底面的距离， $L$ 、圆柱高度， $R_1$ 、圆柱半径， $R_2$ 、外圆桶半径。

### 3 仪器结构设计

仪器设计主要由以下几部分组成：

(1) 带有旋转机构及调速部分的主机

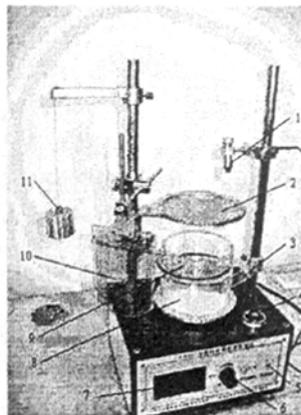
该部分由步进电机带动圆盘旋转，圆盘上可固定放置实验用液体容器，需保证装有液体的容器能平稳地旋转。调速装置实现转速 0~150 转/分连续可调，数值由转速表显示。电机正反转切换开关。

(2) 实验用光源

使用光斑小于 1 毫米的半导体激光器作为入射光，激光头固定在支架上，上下左右位置可调。

(3) 测量组件部分

标有毫米刻度的垂直支架，有一上下可调的水平指示红线，用于测量液面高度差。水平放置的毫米刻度坐标透明屏幕，上下位置可调。沿中心垂直放置的毫米刻度坐



1 激光器 2. 米刻度水平屏幕 3 水平标线  
4 水平仪 5 激光器电源插孔 6 调速开关  
7 速度显示窗 8 圆柱形实验容器 9 水平量角器  
10. 米刻度垂直屏幕 11. 张丝悬挂圆柱体

标透明屏幕、中心及上下位置可调，用于测量液体凹面的焦距  $f$ 。张丝悬挂的圆柱体，上端面有一标记点，固定在支架上可上下和四周转动，实验时沿容器中心线置于液体中。水平放置透明量角器借助激光光线测量圆柱体偏转角  $\theta$ 。

仪器结构如图 2 所示。

4 粘滞系数测量实验结果

实验所用液体为蓖麻油，已知条件：油温  $T = 18^{\circ}\text{C}$ 、 $G = 81\text{GPa}$

实验测得：

$$R = 0.12125\text{mm}、L = 30.0\text{cm}、\Delta z = 2.3\text{cm}、L = 3.0\text{cm}、R_1 = 1.5\text{cm}、R_2 = 4.9\text{cm}$$

将张丝悬挂的圆柱体，沿实验容器中心置于液体中，完全浸没。张丝套入水平放置的量角器中心圆孔与量角器圆心一致，激光光线对准圆柱体上端面上的标记，读出量角器上的角度值，打开仪器电源使旋转液体，待稳定后再次将激光对准圆柱体上端面上的标记，读出量角器上的角度值，计算偏转角  $\theta$ 。

表 1

转速 $n$ (转/分)	偏转角 $\theta^{\circ}$	$\bar{\theta}^{\circ}$	$\eta / \text{Pas}$
39	329	327	1.31837
	326		
	326		
46	377	376	1.28638
	376		
	376		
50	421	417	1.31136
	417		
	413		

$\bar{\eta} = 1.30537\text{Pas}$  根据经验公式  $\eta = 5.75e^{-0.0837t}$  [1] 得  $\eta = 1.27455\text{Pas}$

实验相对误差： $E = 2.4\%$

## 5 结束语

通过以上实验数据可以看出,旋转液体综合实验仪在测量液体粘滞系数实验内容中,数据重复性较强,测量精度也满足实验教学要求。实验中根据所做内容自行组装配件和调整仪器,极大提高了实验者的动手能力。该综合实验仪丰富的实验内容和可设计性在实验教学的使用中取得了良好的效果,也为新仪器的开发和实验新内容的研究取得宝贵的经验。

### 参考资料

- [1] 武瑞兰, 田静 蓖麻油粘滞系数随温度变化的经验公式[J] 山东工业大学学报 1998 (28): 94-95
- [2] 林佩芬, 周炎辉 旋转圆筒法测粘滞系数的计算公式讨论[J] 工科物理 1996(4): 23-25
- [3] 沈易, 陆申龙, 第32届国际物理奥林匹克竞赛力学与光学综合实验题解答与分析[J] 物理实验 2001, 21(11): 26-31
- [4] 袁野 等 旋转液体实验装置的设计[J] 物理实验 2004, 24(2): 43-45
- [5] 董艳红, 许震天, 卢颖 牛顿粘滞定律中粘滞系数两种推导方法[J] 佳木斯大学学报 2003, 21(3): 323-325

## A Design of the Integrated Rotating Liquid experiment

CHEN Hongyu

Physics Experimentation Education Center, Zhejiang University, Hangzhou 310058

**Abstract:** An Integrated experiment Design scheme is presented in this paper to measure the gravity acceleration and the viscosity coefficient using a Rotating liquid optics method. This experiment has been implemented in college education in college education as an open experiment.

**Keywords:** Rotating liquid; gravity acceleration; viscosity coefficient; integrated experiment